¿Ya está el pan? Una propuesta didáctica de variación y cambio para el aula de matemáticas

Gabriela Buendía Abalos*
Francisco Javier Lezama Andalón**
Alicia Mata Avilés***
Tania Romero Rosas ****

Fecha de recepción: 30 de septiembre de 2019
Fecha de aceptación: 04 de diciembre de 2019

Resumen

En este artículo se presenta una propuesta didáctica para el aula de matemática, que permite analizar procesos de variación y cambio de volumen de una masa de pan. El objetivo es hacer confluir de manera intencional tópicos y herramientas propias de la matemática con otras áreas del conocimiento científico como el bioquímico. La panificación se presenta como un escenario de significación de naturaleza sociocultural para la matemática escolar, donde el conocimiento matemático adquiere significado a través de su uso situado y de la transversalidad que dicho escenario favorece. Se muestran y discuten los fundamentos teóricos de esta intervención educativa innovadora junto con ilustraciones sobre su puesta en escena en varias escuelas del nivel medio superior. Se concluye con una discusión sobre el impacto del experimento en el aula de matemáticas, a partir de la práctica docente y la transversalidad del conocimiento en la escuela.

Palabras clave:

Ambientes de aprendizaje, educación matemática, pensamiento y lenguaje variacional, transversalidad del conocimiento.

Abstract

This article presents a didactic proposal for the math classroom, which allows to analyze processes of variation and change of volume in a bread dough. The objective is to intentionally bring together typical topics and tools of mathematics with other areas of scientific and biochemical knowledge. The bakery is presented as a stage of significance of sociocultural nature for school mathematics, where mathematical knowledge acquires meaning through its situated use and the transversality that this scenario favors. The theoretical foundations of this innovative educational intervention are shown and discussed along with illustrations of its staging in several schools of the upper middle level. It concludes with a discussion about the impact of the experiment in the mathematics classroom, based on teaching practice and the transversality of knowledge in the school.

Keywords:

Learning enviroments, mathematics education, thought and variational lenguaje, transversality of knowledge.

* Asesora en la Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa, México.
** Profesor investigador en el Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, México.
*** Profesora de asignatura en el Cecyt no. 9 «Juan de Dios Batiz», México.
**** Profesora de asignatura en el Cecyt no. 4 Lázaro Cárdenas, México.

Introducción

La propuesta didáctica para el aula de matemáticas analiza los procesos de variación y cambio en la *panificación*. Tomamos el momento concreto cuando el pan se está horneando y el calor activa el proceso de fermentación de la levadura, ello permite observar intencionalmente cómo cambia el volumen de la masa. La intervención busca que diferentes tópicos escolares propios de la matemática y de la bioquímica se resignifiquen a la luz de cómo son usados en este escenario. Concurren también elementos de la vida cotidiana en busca de un conocimiento escolar con significado matemático que se integre a la vida del estudiante.

Esta secuencia didáctica se inserta en las problemáticas escolares acerca de la distancia entre lo que se aprende en la escuela y lo que la vida demanda fuera de ella; al respecto Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini (2014) señalan que dicha distancia es un factor determinante en la deserción escolar. Estos autores apuntan que centrarse exclusivamente en los contenidos matemáticos es una de las causas por las que el sistema educativo no ha logrado transformaciones sustantivas en esta materia. Esto es, el currículo escolar favorece un enfoque en los aspectos didácticos-pedagógicos y en el cómo enseñar, sin un cuestionamiento de qué es aquello que se está enseñando; no se está problematizando la matemática en juego.

Planteamos, entonces, entender un fenómeno de naturaleza bioquímica auxiliados de herramientas matemáticas variacionales desde un escenario cultural como es la elaboración del pan. Se trata de la variación y el cambio entreverados con la experiencia en nuestra cotidianidad; consideramos que ello puede favorecer una resignificación de la matemática en juego ya que se trata de propiciar el desarrollo del pensamiento y el lenguaje variacional, a partir de preguntas sobre qué cambia, cómo y cuánto cambia y respecto a qué cambia. Se proponen intencionalmente prácticas variacionales como la predicción, la comparación, la estimación y el papel de los patrones de comportamiento con el fin de promover un conocimiento matemático en uso (Fallas-Soto, 2015).

Así, esta propuesta didáctica busca evidenciar que el estudio de la variación y el cambio junto con la matemática que se resignifica, dependen del entorno sociocultural y científico en el que se está trabajando.

Aspectos teóricos

La actividad forma parte del curso de Cálculo Diferencial en el nivel Medio Superior, y se planeó con la finalidad de considerar un escenario cotidiano, interesante y diferente al que están acostumbrados los alumnos; se optó por el pan debido a su amplio consumo y el contacto que tienen los alumnos con él. A medida que la actividad se ha ido trabajando, este contexto artesanal, que deviene en industrial, se muestra como un contexto de significación para la matemática en juego; concretamente en aspectos referidos al pensamiento variacional junto con las herramientas y tópicos previos a la formalidad teórica del Cálculo conocidos escolarmente como pre-cálculo. Resulta factible considerar que la matemática escolar puede organizarse con base en el saber y el funcionamiento cognitivo, didáctico, epistemológico y social de la vida cotidiana de los seres humanos, a partir de las prácticas sociales como base de creación del conocimiento (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015). Se trata de un contexto cultural particular que da significados situados favoreciendo una matemática funcional para el alumno.

El pensamiento variacional ha sido fundamental en el desarrollo del conocimiento científico: el estudio del cambio sirve para entender sus mecanismos y efectos en diversos fenómenos. Desde los trabajos pioneros realizados bajo la línea de la investigación del Pensamiento y Lenguaje Variacional (Cantoral y Farfán, 1998), se ha dado evidencia de que sin la noción de cambio, el estudiante difícilmente puede transitar adecuadamente, por el pre-cálculo y el Cálculo, a la noción de variación, por ejemplo, comprender las derivadas sucesivas. Sin una significación del cambio y la variación, nos encontraríamos en escenarios escolares, en particular y socioculturales, en general, muy restrictivos y con poca o nula potencialidad matemática.

De acuerdo con Cantoral (2013), el cambio se entiende como una modificación de estado y la variación como la cuantificación de dicho cambio. El autor señala que la construcción del concepto de variación es un proceso difícil y lento

> [...] requiere la integración de distintos campos simbólicos, numéricos, algebraicos, analíticos, visuales, gráficos y geométricos, así como una adecuada comprensión de procesos matemáticos específicos, como: número, variable, constante, parámetro, función, límite, continuidad, derivada, integral, convergencia, representación e infinito para tener una adecuada construcción de las nociones de cambio y la variación (p. 45).

La propuesta didáctica coloca al comportamiento de los fenómenos variacionales en el centro de la actividad matemática escolar. De este modo, diferentes conceptos matemáticos se involucran no como un fin en sí mismos, sino como herramientas y argumentos para significar el cambio: analizarlo, *numerizarlo*, modelarlo, *algebrizarlo*, como objetivos propios de la actividad que realiza el hombre al hacer matemáticas (Buendía y Cordero, 2005).

En el hacer matemático, el pensamiento variacional no inicia en el último año del Bachillerato, sino que abarca las prácticas y usos asociados a todos los niveles educativos. Consideramos, bajo una visión socioepistemológica, que la matemática es parte de la cultura: un elemento «vivo» creado fuera de la escuela, pero recreado en su interior, como afirma Cantoral *et al,* 2018:

> [...] digamos que <vive> a través de las acciones más básicas de todas las actividades humanas: la construcción de casa, plantar y cosechar, el desarrollo de protocolos para el uso de drogas y tóxicos, hacer recetas, diseñar tanques de vino, calcular dosis de medicamentos, explicitar conjeturas matemáticas, coordinar los movimientos de un piloto que aterriza en una pista complicada, matematizar fenómenos biológicos, tomar decisiones, simular flujos continuos, el regateo en mercados tradicionales, estudiar la consolidación del suelo saturado, controlar la temperatura, narrar, comparar, transformar, estimar, ajustar, distribuir, representar, construir, interpretar y justificar, entre otras (p. 79, traducción propia).

Así, consideramos la panificación como un escenario de significación de naturaleza sociocultural. En él, el cambio y la variación del volumen del pan ocasionada por la fermentación de la levadura es el fenómeno para estudiar; al ser su naturaleza de corte bioquímico, la transversalidad del conocimiento se presenta a través del cambio regido y analizado por reglas biológicas y químicas, analizado por criterios variacionales.

En ese cambio observable, hay magnitud y en consecuencia es medible. Se conforma una base de significados para la matemática del cambio, asociada tradicionalmente al cálculo, en la que confluyen procesos bioquímicos y nuestro vivir cotidiano, como comer pan.

Más que obtener funciones que modelen el cocimiento del pan o el crecimiento de microorganismos, nuestro objetivo es reconocer su uso a la luz del proceso de panificación. Esto es, centrándonos en el cambio de volumen, examinar qué cambia, cómo y cuánto, respecto a qué cambia; cómo analizar los datos numéricos que obtengamos o, si esos datos se pueden graficar, qué comportamiento gráfico puede esperarse. Se trata de integrar la matemática escolar usándola para que el usuario asigne un valor de uso. Reconocer que la persona —uno mismo, el profesor, el alumno— usa un cierto conocimiento cuando lo conoce, generándose una relación sistémica entre conocer algo y usarlo: en la medida que se usa el conocimiento, se desarrolla generándose nuevos significados. Esa es la resignificación en el escenario de *panificación* que se quiere favorecer, el desarrollo del pensamiento matemático; en particular, el pensamiento y lenguaje variacional.

Aspectos metodológicos de la propuesta didáctica

El planteamiento didáctico considera dos momentos. El primero está inserto en el escenario de la panificación: preparar masa de pan. Un momento que se apoya con la discusión sobre qué es el pan y el proceso de fermentación de la levadura.

Al terminar este primer momento, se abre el espacio para que resulte significativo discutir acerca del volumen de la masa como una característica que varía, pues hay cambio y al considerar intencionalmente dicho cambio, es factible de ser medible. Ello marca una transición hacia el segundo momento, debido a que si bien el fenómeno de fermentación de la levadura existe, es la observación intencional del cambio y su análisis lo que le dará un valor de uso a las herramientas matemáticas variacionales.

Entramos, entonces, en el segundo momento de la propuesta en el que cada cuatro minutos se toman muestras de la masa que está dentro del horno, para registrar cómo cambia su volumen y realizar un análisis numérico y gráfico de dicho cambio (véase la figura 1).

¿Ya está el pan?		
Primer Momento	Transición	Segundo Momento
Preparar la masa del pan	Al hornear, el volumen cambia, ¿cómo? ¡Tomemos muestras!	Lo numérico y lo gráfico en el análisis de la variación y el cambio

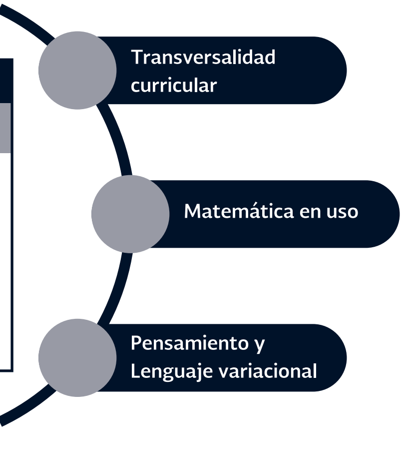

Figura 1. Propuesta didáctica

La propuesta didáctica describe cada momento de la secuencia, la discusión sobre diferentes aspectos matemáticos y bioquímicos de la panificación, así como las diferentes resignificaciones que se favorecen en el aula.

Con esta estrategia para el aula de matemáticas, en particular en el nivel Medio Superior, se han realizado varias experimentaciones con alumnos del Instituto Politécnico Nacional del Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos, (CECyT), núm. 4, núm. 9 y núm. 15, y con docentes de matemáticas de la segunda generación del *Diplomado Desarrollo del Pensamiento Matemático*, impartido por la Coordinación General de Formación e Innovación Educativa (CGFIE). (Imagen 1a, 1b y 1c)[1]

En esas intervenciones se ha contado con hornos que se llevan al aula tradicional para desarrollar la actividad con grupos pequeños o con hornos propios de las escuelas para realizarla con el grupo total de alumnos. Aquí se reportan los elementos de la propuesta —la receta del pan y sus ingredientes, la exposición de los aspectos bioquímicos, así como las formas de mostrar los datos obtenidos—, y se presenta una discusión más amplia, especialmente en lo que se refiere a las resignificiones que la propuesta puede promover.

La receta para hacer pan

Ingredientes

- 800 g de harina
- 500 ml de agua
- 80 g de azúcar estándar
- 10 g de sal
- 22 g de levadura seca instantánea

[1] Las imágenes fotográficas de esta intervención matemática pueden consultarse en la siguiente liga: https://practicadocenterevistadeinvestigacion.aefcm.gob.mx/galeria/index.html

Procedimiento

• En un recipiente grande o charola verter la harina y formar un volcán. Agregar el azúcar y la levadura al centro y la sal alrededor (imágenes 2a y 2b).

• En un horno de microondas calentar el agua hasta 40°C (20 segundos aproximadamente).

• Agregar el agua al centro de la harina, junto al azúcar y la levadura, y mezclar bien los tres ingredientes sin hacer contacto con la sal.

• Una vez bien mezclados, integrar poco a poco la harina y la sal hasta formar una masa pegajosa.

• Amasar por aproximadamente 20 minutos hasta que la masa esté blanda (imágenes 3a y 3b).

• Precalentar el horno con la temperatura más baja y con la puerta ligeramente abierta para alcanzar una temperatura de 35°C

• Tomar porciones de 100g la masa. Darles una forma esférica.

• Cubrir las porciones con aceite vegetal y colocar sobre una charola con harina.

• Introducir la charola al horno precalentado por 25 minutos (imágenes 4a y 4b).

¿Qué es un pan? Primera confluencia de tipos de conocimiento artesanal y científico

La receta para hacer pan abre el primer momento de la propuesta didáctica. Enfatizamos la resignificación de las razones y proporciones de una receta para hacer pan como escenario para problematizar dicho conocimiento, cuestionando los siguientes casos situados:

• Los alumnos, al llevar el material para hacer el pan, sólo llevaron medio kilo de harina. ¿Qué pasa con el resto de los ingredientes?

• La proporción que el conocimiento artesanal sugiere entre la harina y el agua es de 60/40. Esta proporción, ¿puede verse en la receta que establece 800 g de harina-500 ml de agua?

• Las recetas suelen decir «añadir un poco de azúcar». En la receta que presentamos, ¿qué es «poco»? ¿Cómo justificamos que sí es «poco»? Durante el primer momento y, de acuerdo con las experimentaciones que hemos realizado, el docente que conduce la práctica expuso el siguiente contenido de manera oral También sería factible que se presente por escrito (véanse las imágenes 5a y 5b, amasando y dialogando) y durante la creación de la masa, ahondar en las problematizaciones anteriores.

Para elaborar una masa de pan blanco, se necesitan cinco ingredientes básicos: harina de trigo, agua, levadura, azúcar y sal. Cada uno de ellos desempeña un papel en la receta que es necesario conocer (Mesas y Alegre, 2002).

Harina de trigo

Los principales componentes de la harina de trigo son el almidón y el gluten, responsables de la estructura y volumen del pan. El gluten da elasticidad a la masa, gracias a que estas proteínas, pese a ser insolubles, al entrar en contacto con el agua se adhieren a sus moléculas y entre ellas. Esto genera minúsculas burbujas de aire formando una estructura similar a una malla que impide que el aire se escape fácilmente.

El almidón, con sus largas cadenas de carbohidratos, retiene el agua, se hincha, y cuando se expone a altas temperaturas en el horno, se endurece. Conforme la estructura se hace rígida y el aire busca salida, se rompen algunas de las paredes internas que almacenan las burbujas y se genera una red de «cámaras interconectadas» que le dan un carácter más suave al pan.

El gluten y el almidón son dos elementos que impactan en la definición de las características de la corteza del pan y la estructura del migajón.

El agua

El agua es el elemento responsable de las reacciones químicas naturales que se suceden en la masa; las dos principales son la actividad enzimática y la actividad de fermentación.

El agua hidrata la harina aportando humedad a la masa y afecta la velocidad de estas reacciones bioquímicas. Una masa altamente hidratada se fermenta con mayor velocidad. La relación ideal entre la harina y el agua es cercana a una porción de 60/40. Con poca agua, el gluten no se desarrolla en su totalidad y la masa se desmenuza con facilidad; si la cantidad de agua aumenta, el gluten está en una concentración menor y los panes que se obtendrán serán más suaves y húmedos.

Se recomienda que el agua esté tibia al momento de integrarla a la masa para que las levaduras comiencen a actuar más rápido y mejoren su proceso.

La levadura

La levadura se utiliza para fermentar la harina y poder leudar la masa para aumentar su volumen. Este ingrediente contiene hongos que descomponen los alimentos, así el ser humano puede procesar, por ejemplo, el trigo. Son hongos que metabolizan azúcares —glucosa— para obtener energía y desechan bióxido de carbono y un alcohol, el etanol. Se trata de un proceso de fermentación que convierte las pequeñas burbujas de aire en cámaras más amplias.

Los subproductos de las levaduras, el bióxido de carbono y el alcohol, aportan sabores al pan que no podrían adicionarse de otra forma. De hecho, eso es una de las razones por las que solemos ser adictos al pan.

En el caso de que la masa no contenga azúcar añadida, las levaduras consumirán las azúcares presentes en la harina; sin embargo, es suficiente con añadir una pequeña porción de azúcar para aumentar su actividad.

Azúcar y sal

El azúcar alimenta las levaduras; sin embargo, en concentraciones mayores al 10%, el azúcar limita el desarrollo del gluten al destruir las cadenas proteicas. La sal es un compuesto inorgánico que fortalece las uniones de las cadenas proteicas del gluten, por tanto, es importante que se tenga un control de la cantidad de sal que se agrega a la masa: no debe exceder el 2%.

En la panificación, la fermentación es la principal actividad química natural dentro de la masa. El contacto que pueda llegar a tener la sal con la levadura, ya sea directo o prematuro, tiene un efecto negativo: la sal en grandes cantidades puede conducir a la plasmólisis de las levaduras, matándolas. Este efecto es una particularidad natural de la sal y consiste en retrasar las reacciones biológicas y químicas de los ingredientes en contacto «preservación de alimentos: embutidos, pescados curados, etc.»

La sal utilizada en cantidades adecuadas nos ayuda exclusivamente a fortalecer la unión entre las cadenas proteicas del gluten. Por tanto, no es necesario integrarla en un inicio para evitar el contacto directo de la levadura con ella.

Amasar

El proceso mecánico de amasado tiene dos funciones básicas: la primera, distribuir los ingredientes de forma homogénea; la segunda y más importante, que la masa desarrolle las cadenas del gluten durante el proceso de fermentación.

Amasar es incorporar aire a la masa y provocar un cambio en su textura. Las cadenas de gluten son como resortes que al amasar se estiran y forman una malla; entonces, la masa se va volviendo elástica para poder aumentar su volumen. En esa especie de malla, se forman cámaras de aire donde se deposita el bióxido de carbono que desprende la levadura. Debido a que se requiere de la expansión del aire, entre más se trabaje la masa, más aire se le aportará. Como efecto de las levaduras, un pan puede estar formado por un 60% de aire. A la industria panificadora, por ejemplo, le interesa que el pan crezca más.

Se amasa por aproximadamente 20 minutos hasta que la masa esté blanda. Es el tiempo mínimo necesario para agregar las burbujas de aire suficientes para que la textura del pan sea suave.

La muestra

Formada la masa, se toman muestras de 100 gramos para formar bolitas y posteriormente, se introducen al horno. Cada tres o cuatro minutos se irá sacando una bolita diferente para medir su volumen (imágenes 6a y 6b).

El muestro total es de aproximadamente 25 minutos porque en ese tiempo las levaduras habrán consumido, casi en su totalidad, la glucosa presente en la masa. Una vez terminado el muestreo, el pan puede terminarse de hornear.

Recordemos que esta propuesta didáctica se trabaja en un aula real, por lo que la medición del volumen tiene que ser con métodos al alcance de los miembros de esa aula y no de un laboratorio experto. En la intervenció se sugiere aplicar el método del filósofo Arquímedes que se basa en medir cuánto aumenta el nivel de agua de un depósito al sumergir el objeto en cuestión (imágenes 7a, 7b y 7c).

Es momento ahora de analizar cómo es ese cambio en el volumen de la masa de pan.

min	A Vol
0m	80
4	75
8	90
12	100
16	100
20	100

Tabla 1. Datos de tiempo-volumen

Análisis de la variación: la tabla y la gráfica en uso

La tabla de datos sobre tiempo-volumen (Tabla 1) no es resultado de una lista de un libro de texto, sino que está conformada por datos derivados del experimento, que nos permite tratar con variaciones: entender, reconocer, analizar.

Este segundo momento favorece la resignificación de los aspectos variacionales en el marco del escenario de la panificación. Si bien se toman las representaciones usuales de datos a través de una tabla y una gráfica, estas se comprenden de acuerdo con la característica del escenario; entonces confluyen en su uso significados que se conocen de ese cotidiano y se favorecen resignificaciones de los elementos matemáticos de una tabla y una gráfica.

Es en esta etapa cuando las prácticas intencionales como la predicción o la *graficación*, desarrollarán dichos usos. Presentamos a continuación aspectos importantes a discutir, algunos de los cuales se pueden ilustrar con lo que ha ocurrido en algunas de las experimentaciones que se han llevado a cabo.

La tabla: *numerización* de un fenómeno

Arrieta y Díaz (2015) señalan que el acto de modelar es «una práctica de articulación de dos entes, para actuar sobre uno de ellos, llamado lo modelado, a partir del otro llamado modelo. La intervención sobre lo modelado es diversa, por ejemplo, para la predicción, el diagnóstico y/o la evaluación» (p.35). Así, en nuestro caso, haber obtenido un primer ente —la tabla de datos— es sin duda relevante, pero no es suficiente

.

Dichos autores ahondan señalando que, en una primera experimentación discursiva, los estudiantes se encuentran con los datos y el planteamiento de una situación en lenguaje natural, que no siempre relacionan con el fenómeno a modelar. Por ello es importante realizar una primera discusión sobre las variables involucradas y también, a partir del modelo numérico logrado, la tabla, desarrollar diversas tareas, como la predicción.

Esta es una práctica de numerización del fenómeno (Arrieta, 2003) que pone al centro el uso de esa tabla: no es sólo una representación, es todo un modelo numérico que se articula con lo modelado (el fenómeno). La intervención que se logre es una práctica de modelación.

En ese marco de trabajo, es relevante entonces plantear preguntas como ¿cuáles son las variables involucradas?, ¿qué consideras que puede pasar más allá de la última muestra? ¿Seguirá incrementando indefinidamente el volumen del pan?

Como ilustración del tipo de argumentaciones y uso de las tablas, tomamos las siguientes tablas que relacionan las variables muestra-volumen (tabla 2):

Muestra	V (ml)
1	**800**
2	**900**
3	**900**
4	**950**
5	**970**
6	**930**
7	**900**

Muestra	V (ml)
1	**840 ml**
2	**840 ml**
3	**850 ml**
4	**870 ml**
5	**870 ml**
6	**900 ml**

Tabla 2 muestra-volumen

Sin duda esta tabla podría causar algún problema por que no considera la variable por excelencia: el tiempo. Sin embargo, sin duda que la variación sí se expresa en el número de muestra. Las tablas mismas permiten sostener una argumentación mediante la comparación con otras tablas, por ejemplo, que incluyan una columna «tiempo», y mediante cuestionamientos enfaticen lo variacional:

¿Cómo se le asocia entonces a esa variable, el tiempo? Si se va a realizar una gráfica, ¿cómo se representaría el número de muestra en alguno de los ejes?, ¿qué implicaciones tendría?, ¿hay una co-variación entre los datos?

Con la intención de intervenir sobre esa tabla, antes de generar la gráfica, conviene una discusión sobre el comportamiento de los datos numéricos: ¿Después de cuántos minutos deja de crecer la muestra de masa para pan? El crecimiento de la levadura, ¿es constante?, ¿qué significa que lo sea o que no lo sea? Si graficáramos, ¿la gráfica sería una línea recta?

Esta última pregunta en realidad es de tipo predictiva hacia una articulación del comportamiento de los datos numéricos con la forma de gráfica. Nótese que no se pide —y no se pedirá— hallar la expresión analítica que pudiera modelar el comportamiento. En este caso, se opta por otra articulación con significado situado entre las representaciones numérica y gráfica del fenómeno, a fin de consolidar la base de significación que estamos proponiendo.

La gráfica y su uso

En la gráfica son observables al menos dos características relevantes: se trata de una gráfica creciente no lineal con un cierto comportamiento asintótico. Valiéndonos de un uso significativo de la gráfica (Buendía, 2012), dichos elementos propios de un lenguaje rico en formas gráficas dan significado a características propias del fenómeno: ¿en qué momento crece muy lento el volumen de la masa? ¿En qué momento deja de crecer la masa? ¿Por qué ocurre?

Las representaciones que se logran no sólo son una mera representación sin significado: este es totalmente situado en el escenario de la panificación. En la tabla 1 (p. 125) podemos ver cómo aun cuando la variable establecida en la tabla es número de muestra, la gráfica se propuso en términos de tiempo-volumen. Sin duda es una manifestación del discurso matemático escolar en el que la finalidad busca obtener una gráfica; sin embargo, la discusión mediante la intervención en dichas entidades puede retomar los significados situados. Esto incluye una asignación de tiempo a muestra que puede resultar significativa: la articulación de dos entidades.

Para elaborar la gráfica de la tabla tiempo-volúmen, la pregunta de porqué baja el volumen favorece una articulación con el propio fenómeno: si todo salió bien en el muestreo, esa disminución en el volumen no tiene sentido; sin embargo, al tomar la muestra pudo haber ocurrido desde un error de medición hasta que, al tomar el pan, este «se ponchó». Así, la naturaleza creciente del volumen es entendida como qué cambia y cómo cambia su medición; ese aumento no se pone en duda porque es posible visualizarlo a través de esta gráfica, y cualquier dato que no siga esa tendencia tiene una explicación situada.

Es una práctica que, en el nivel de educación medio-superior y superior, diversas cuestiones de las gráficas parecieran ya no ser relevantes; por ejemplo, se da por hecho que el estudiante conoce y maneja adecuadamente el plano cartesiano. El uso de la gráfica de manera situada, cuestiona esas características y las problematiza en las representaciones más usuales en el aula. El primer paso es analizar el rol de las escalas en los ejes.

Por una parte, el eje vertical, referido al volumen para la escala se eligió empezando desde cero hasta 1100 de cien en cien. ¿Habrá sido la mejor elección para presentar la escala? El comportamiento real de los datos pareciera tener un rango mucho menor que el elegido en la gráfica; por lo tanto, una escala diferente permitiría visualizar mejor su comportamiento.

Por otra parte, en el eje horizontal, la gráfica bajará alrededor del tiempo 24 de cien, pero más importante aún, en los tiempos posteriores parecerá que la gráfica ya no supera el volumen máximo anteriormente localizado. ¿Por qué ocurre tal comportamiento? La respuesta nuevamente retoma elementos del escenario de la panificación: inicialmente se había establecido que alrededor de los 25 minutos, las levaduras habrán consumido casi en su totalidad la glucosa, por lo tanto, la masa ya no crece más.

Así, al reconocer el funcionamiento de la gráfica a través de las diferentes formas que se van presentándose, favorece una argumentación sólida y totalmente situada.

Reflexiones finales

La propuesta didáctica que hemos presentado, ligada a algunas de las experiencias en su aplicación, nos permite reflexionar en varias direcciones.

La transversalidad

Existen temas que impregnan la ciencia, las matemáticas y la tecnología, y aparecen una y otra vez, tanto si se observa una civilización antigua, como el cuerpo humano o un cometa. Son tópicos que trascienden los límites disciplinarios y, por tanto, resultan fructíferos para vincular la teoría, la observación y el diseño de intervención matemática (AAAS, 1989; *apud* en NRC,2012).

Esos temas, conceptos o prácticas, en nuestra propuesta, se identifican en escenarios situados, como la elaboración del pan, y adquieren un valor explicativo y pueden, al constituirse en factores de significación para las matemáticas, contribuir a la comprensión de fenómenos sociales. Identifica la literatura especializada en estos temas, conceptos y prácticas como «cortes trasversales o criterios de transversalidad de las ciencias» (NRC, 2012 p. 83). Consideramos que estos cortes son necesarios para la construcción social del conocimiento matemático.

En ese marco de ideas, las características del fenómeno bioquímico asociadas al proceso de panificación, en las que se basa la propuesta didáctica, han resultado relevantes para los participantes en varios sentidos. Es factible identificar el rol que desempeñan ciertos componentes en nuestra vida misma —como el papel del gluten y la industria panificadora; el origen de las características de un pan esponjoso— y también es posible significar, problematizando, el comportamiento *matematizable* del fenómeno: el crecimiento de la masa y porqué deja de crecer, cómo influye la temperatura al tomar las medidas de volumen cada determinado periodo preestablecido, cómo la variación pudiera alterarse si estos periodos fueran distintos.

El docente de matemáticas

Esta propuesta didáctica presentada se muestra viable para aportar la significación matemática a alumnos del nivel medio superior, pero también contribuye a un proceso de empoderamiento del docente. Los profundos cambios que deben darse en los procesos de formación docente no requieren más de lo mismo —más tiempo, más materias, más cursos— sino favorecer un proceso en el que el docente tenga la oportunidad y la confianza para actuar según sus ideas y, con ello, transformar la manera en la que se desempeña en la profesión.

El empoderamiento es el proceso a través del cual los profesores se vuelven capaces de involucrarse e influir en eventos e instituciones que afectan sus vidas (Murray, 2010). Implica darle al docente herramientas para que realice nuevas situaciones de aprendizaje en su aula, donde se contextualicen las investigaciones del área o bien les brinden contexto a lo que ellos ya conocen (Reyes-Gasperini, 2016). En todo caso el objetivo es que obtengan una actitud de liderazgo, confianza y mejora en sus prácticas para la enseñanza; que se adueñen de aquello que están enseñando y de cómo lo están haciendo.

El alumno de matemáticas

El impacto de esta propuesta en los alumnos de matemáticas no difiere de otras experiencias áulicas en la que los estudiantes se muestran activos y propositivos. Sin embargo, en relación con la significación del Cálculo, reportamos un testimonio estudiantil:

> Me he dado cuenta de que el Cálculo no es sólo velocidad y aceleración

Esta comprensión resulta relevante porque cuestiona la matemática escolar llena de actividades llamadas aplicaciones donde el rol del docente suele ser *primero te enseño y luego lo aplicamos*. Así, en cálculo, primero se enseña a derivar y después de *algoritmizar* esta noción, se abordan las aplicaciones clásicas: la primera derivada es la velocidad y, la segunda, la aceleración. Y hasta ahí no hay más significados para esta noción que realmente evidencien un desarrollo de un pensamiento matemático.

Al contrario, nuestra propuesta de intervención educativa está directamente relacionada con el desarrollo del pensamiento y el lenguaje variacional, base del Cálculo y, en general, de la matemática. En ella, no se sigue la ruta hacia una aplicación, sino que busca la significación y resignificación continuas a partir del uso del conocimiento matemático en escenarios y tareas que lo favorezcan intencionalmente, en contextos cotidianos. Al final, ¡ya está el pan!

Referencias

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como prácticas de modelación en el aula.* (Tesis de doctorado no publicada). Cinvestav, México.

Arrieta, J. y Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* vol. 18, núm.1. pp. 19-48.

Buendía, G. y Cordero, F. (2005). Prediction and the periodic aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study. *Educational Studies in Mathematics.* vol. 58, núm. 3. pp. 299-333.

Buendía, G. (2012). El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio con profesores. *Educación Matemática*, vol. 24, núm. 2. pp. 9-35.

Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon.* núm. 42. pp. 353-369.

Cantoral, R (2013). *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional.* México: Secretaría de Educación Pública.

Cantoral R., Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2014). Hacia una educación que promueva el desarrollo del pensamiento matemático. *Escri/viendo. Revista Pedagógica.* núm. 24. pp. 17-26.

Cantoral, R., Montiel, G., y Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepestemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática.* núm. 8. pp. 9-28.

Cantoral, R., Moreno, A. y Caballero, M. (2018). Socio-epistemological research on mathematical modelling: an empirical approach to teaching and learning. *ZDM.* núm. 50, pp.77-89.

Fallas, R. (2015). *Existencia y Unicidad: estudio socioepistemológico de la solución de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden* (Tesis de maestría no publicada). Cinvestav, México.

Mesas, J. y Alegre, M. (2002). El pan y su proceso de elaboración. *Ciencia y Tecnología Alimentaria.* vol. 3, núm. 5, pp. 307-313.

Murray, A. (2010). Empowering Teachers through Professional Development. *English Teacher Forum.* vol. 48, núm. 1, pp. 2-11.

NRC (National Research Council). (2012). *A Framework for K-12 Science Education: Practices, Crosscutting Concepts, and Core Ideas.* Committee on a Conceptual Framework for New K-12 Science Education Standards. Board on Science Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: The National Academies Press.

Reyes, D. (2016) *Empoderamiento docente y Socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en Matemáticas.* México: Gedisa Editorial.